

Title	Ôsaka Tayori, ( I )
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 151 p.29-p.41
Issue Date	1938-01-15
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74599">https://doi.org/10.18910/74599</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

673. *Ôsaka Tayori, (I)*

北川 敏男 (阪大)

別=、コレトイフ一定ノ目當ヲガアル譯デモナク、只、  
ソノ時々ノ機縁ニ委セ、氣察ノ *ashaberi* ヲサセテ  
載クト有難イ。筆イキ口ガヒツテ、ツイ不作法、不謹慎ニ  
亘ツテモ、ドウカ大目ニミテ、御寛恕ノ程ヲ御願ヒ申シマス。  
----- ヲウソウ、今日ハ紙談ニ書クヨリハ又君ヘノ返事ヲサ

キ書カナケレバナラナカッタ。

1. X君、御無沙汰多謝。H. T. Davis 1 著書 *The theory of linear operations* ハ如何ダツタトノコトデシタネ。コノ本が出テカラ、モウ一年半ニモナツテ遅レテ失敬。600 頁！頁数ノ多イトイフ意味デノ大著デアレニハ違ヒアリマセン。書名ヲヨクミルト、小文字デ *from the stand point of differential equation of infinite order* ト遠慮シタマウニ小サク断ツテキマス。

線型微分方程式、線型積分方程式ソウイッタモノハ吾々素人目ニデハ、相當マトマツテキル様デスガ、一般ノ線型函数方程式論トナルト、對象ガ漠然トシテキルダケニ、ソレノ *Coordinating principle* ガ何処ニ求メタラヨイカ。難シイコトニナリ相対ト云ツテ君モ何日カ面白い話ヲシテクレマシタネ。

Davis ハ、*differential equation of infinite order* トイフ Bourlet 以來ノ、餘リ *modern* デナイ飛行機ニ乗ツテ *Birds-eye-view* フ書イテクレタノガコノ本ナラズガ、Davis 君ハ大イニ謙遜シテ、*the most promising field of investigation* ガ *indicate* サレルナラバ著者ノ *aims* ハ達セラレタト思フト述べてキル。バラバラト本ヲメクツテ眺メテ、ヨク詭シデナイカラ或ヒハ見當違ヒカモ知レナイケレド、Davis ノ言フコトハ例ノ月並文句

デナク、大ニ純情ヲ吐露シタモノト思ハレル。

Bourlet 譲リデハ、ドウモ見抜カリが多い。今コノ  
デ自カガ試ミシ敘述ハ自カナガラ思ハシクナイ。diff. eq.  
of infinite order デウマク coordinate 出  
來ルトコロモアルが、ソウデナイトコロモアル。Coordi-  
nate 出來ナイモノノウチ、或者ハ、ソレト話シノ似寄ッ  
タ Coord. シタモノノ脇ヘツケテオカウ。トモカク R. D.  
Carmichael 氏ノ言ハレル通り、コノ方面ハ未開地デ、  
マトマツト著述モナイ。アカラ、コレデモ將來ノ研究者ノタ  
メノ便宜ニハナルデアロウ ----- 遠イ米國デ Davis 君  
ガドウ思ツテキルカハ分ラナイケレド、若シ、上ノヌタナ考  
ヘデ書イタトスレバ、コウシタ本ニナルノモ成程ト合点が行  
キ相ダ。

ツマリ、(1) theory of diff. eq. of infinite  
order = ヨル Coordination ト (2) source  
book トシテ、reference book トシテ素材、原  
料ノ提供 —— コノニツガ本書ノ目指シタ所トスレバ、分  
リヤウニ思ハレル。

2. X君、君モドウカ読ンデクレタマヘ。ソウサウ君ノ  
トコロニ由デスカラ、内容ノ紹介ヲシテオキマセウ。第  
一章カラ 第十二章マデナカナカノ volume デス。

第一章ハ史的回顧。Operation, 心理學的檢討  
ニ始マル調子オラ、一寸近頃ノ數學書トハ違フデス。ソ  
シテ、ドウデス、Banach ノ本ヤ Stone ノ本ガ流

行シテキル今日、~~並~~ = 書イテキル *operation* ノ定義ナド  
ハ前世紀モノデス。シカシ、コノ章ハ面白イ読物トシテノ興  
味本位ニ御覧ニナレバ結構。

巻末ノ文献ト相違ツテ、*Operation* ト名ノツクモノヲ、  
浅レナク記述セント意氣込ンダコトデセウ。コレハ *source*  
*book* ノ役ニ居合シイ。

第二章カラ第十二章マデノウチ、第三章ハ *The theory*  
*of linear systems of equations*, 第十  
二章ハ *The theory of spectra* デ、*Stone* ヌ  
*Neumann* ノ著ノマル今日、不必要ナコトニモ思ハレ  
ル。Davis トシテハ百科辞典的責務ヲモ、買ツテ出タカ  
ラ、他ニ譲ルワケニ行カナイヌウナ氣ニナツタノデセウ  
ガ。トニ角記述ハアマリ *rigorous* デナイ。-----  
本書ノ骨子ハ残り9章ニ在ルワケデセウ。

3. X 君、大分 *Jayori* が長クナリマシタガ、コ  
レカラガ本筋デス。僕達ノ問題ニシテキル函数方程式、例  
ヘバ

$$A. \int_a^b f(x+t) dg(t) = 0; \quad \text{或ハ} = g(x).$$

$$B. \sum_{\nu=0}^n p_{\nu}(x) \int_a^b f(x+t) dg_{\nu}(t) = 0; \quad \text{或ハ} = g(x)$$

ナド、函数  $g(x)$ ,  $g_{\nu}(t)$  ( $\nu=0, 1, 2, \dots, n$ ),  
 $p_{\nu}(x)$  ナド與ヘラレタトキ  $f(x)$  ヲモトメル問題ハドウ  
解決シテキルカト思ツテ残り9章ヲメクツテミマシタ。

僕等トシテハ、無限階微分方程式ハ別ニ親譲リノ家寶デモ  
ナシ、タゞ僕等ノ役ニドレダケナルカミ問題ナンドカ  
ラ。

*Theory of differential eq. of infinite order* ハ、コレヲノ問題ニ対シテ解答ヲ與ヘテクレテキル。  
-----ソノ話シノ前ニ *Bourlet* ノ定理トイフノガアツ  
テ、コレガコノ方面ノ出発点ニナツテキルコトヲ云ハナケレ  
バナラナイ。

*Bourlet* ノ函数方程式研究ハ「一價正則ナル函  
數ヲ一價正則ナル函数ニ *transmute* スル *transmu-  
tation* ハ無限階ノ線型微分演算子トシテ表ハサレル」  
トイフ定理が出発点デアル。ソコデ、*diff. eq. of  
infinite order* へノ研究ハ、*Ritt*, *Perron*,  
*Sheffer*, *Valiron* ナドノ注意ガ向ケラレテ行ッ  
タ。コノ様ナ傾向ノ出発点ニナツタ *Bourlet* ノ定理ノ  
証明ハ如何ナラント、君モ氣ニナルデセウガ、ソレガ第二章  
*p. 99—105* ニ述べラレテキル。*transmutation*  
ノ意味、粗雑ナ言ヒ方ヲ敢テシタ上ノ定理ノヨク正確ナ *ex-  
pression* 等ハソレヲ参照シテクレ給ヘ。

4. *Generatrix* が登場シテクル。*Operation*  
ノ *Composition* ヲ *inversion* が *generat-  
rix* ノ間ノ関係トシテ *express* サレル。シカシ、僕  
ニハ、*Generatrix* ノ定義等ヒント来ナイ。

ソコデ、コウ考ヘテミテ行クコトニシヌウ。 $e^{\lambda x}$  ナル

exponential function  $\gamma x$  函数, ( $\lambda$  の parameter) トシテ、 $\Lambda$   $\gamma$  operate シタトスル。  $\Lambda e^{\lambda x} = g(\lambda, x) e^{\lambda x}$  トカケルコトハ常ニ可能,  $e^{\lambda x} \neq 0$  デハカラ。ソウシタトキ  $g(\lambda, x)$   $\gamma$   $\Lambda$ , *generatrix* ト呼ブコトニシヨウ。

コレハ或ル範囲ノ  $\lambda, x$  ニ関シテノミ定義サレルノガ一般デセウ (サテニ一般ニハ,  $e^{\lambda x}$  ハ  $\Lambda$  ノ domain ニ属セヌ場合モアリマセウ。タトヘバ  $L^2(-\infty, \infty)$   $\gamma$  realized シタ Hilbert 空間。ソウイフ場合ハ今考ヘナイコトニシテ)。 *Generatrix* ノ例トシテ、 $\Lambda$  ガ (i) 微分演算, (ii)  $x$   $\gamma$  カケルトイフ所謂 *Multiplication*, (iii) *Superposition* 即チ  $f(\lambda(x))$   $\gamma$  ツクルコト, ( $\lambda(x)$  given) ナドナレバ, *generatrix* ハ夫々 (i)  $\lambda$ ; (ii)  $x$  (iii)  $e^{(\lambda(x)-x)\lambda}$  トナルワケ。知カラ、 $g(\lambda, x)$  ハ ( $\lambda, x$ ) ノ函数デアルダケヲ、解析的ニハ全ク任意デアリウルワケデセウ。

シカルニ、*diff. eq. of infinite order*  $\gamma$  論ズルノハ、( $\lambda, x$ ) ニ変数ニ関シテノ正則函数デアツテ、適當ノ範囲ヲ

$$(1) \quad g(\lambda, x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) \lambda^n \quad \left( \begin{array}{l} a_n(x) \text{ ハアル範囲} \\ \gamma \text{ 一様正則} \end{array} \right)$$

トシテ表ハサレル場合ノミガ問題ニナル。コレヲ *Operation* = 翻譯シテ考ヘルトキ, *formally*

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) f^{(n)}(x)$$

ナル Operation が對應スルト考ヘル、ハ當然デアル  
が、コレヲ、實際 transmutation = ツイテ証明  
シタノガ Bourlet ノ定理ト思ヘベ宜シイラシイ。

Chap. IV デハ、Operational Multiplication and inversion ノ題ノモトデイロイロナ  
コトガ論ぜラレタキルガ、本論ノ筋道即チ第一ノ目標カ  
ラ云フト  $\Lambda$  ノ generatrix  $g(\lambda, x)$ 、他ノ operation  
 $\Gamma$  ノ generatrix  $h(\lambda, x)$  トスルトキ、 $\Lambda\Gamma$  ノ  
generatrix  $\gamma$  ボメタキルトコロ (p. 155—156) が要  
点ラシイ。ソレハ

$$(3) h(\lambda, x) g(\lambda, x) + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial \lambda} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \lambda^2} + \dots$$

トナルカトイフコトマス (失礼、Notation が Davis  
ノト違ッテ了ッタ、謝々) —— 証明ハ横読ンデナイ。

コノ定理ノ使ヒ途ハ  $g(x)$  ヲ與ヘテ次ノ函数方程  
式

$$(4) \Gamma f(x) = g(x)$$

ヲ満足スル  $f(x)$  ヲ求メヨトイフヤウナ場合、(3) = 1 トオ  
イテ、ソレヲミタス  $g(\lambda, x)$  ヲモトメル。コレハ (2) ナル  
形デアラハサレテ、 $\Lambda g(x)$  ヲツクレバ、(4) ト解 = ナ  
ル-----。

formal ナ、餘リ = formal ナ理論。時代遅レ。



シカシ、何トカシテ、コレヲ *rigorous* = 基礎付ケ  
 ラレハシマイカ。 *formalism* ハ、粗末 = ミヲレヲキル  
 ケレドモ、シカシ、コレヲ活カシテ行カナケレバ、余リノヨ  
 イ理論ハ由レテユナイダロウ。----- 餘部ハ失礼、失礼。  
 「ルール」ノ補強、ドウズ、君レッツヤツテクレマセン  
 カ。

5. X 君、トモカク (1) ナル展開 = 對應サセテ、(2) ナル  
*operation* ヲ着ヘテ行ク。ソレガ *diff. eq. of in-*  
*finite order* ノ建前ナリダカラ、コレカラノ針路ハド  
 ウナルカ、想像 = 困難デナイダセウ。

□ 第一ニ、 $a_n(x) \equiv a_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) ナ  
 ル場合、即チ常係数ノ場合。コノトキ

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \lambda^n$$

ハ或ル円内デ正則ナコトモアラウツ。整函数ナコトモア  
 ロウ。トニカク、一價正則ナモノガ *Bourlet* ノ定理 = エラ  
 レル *operation* ノうちカラエラレル。シカシテ之レ = 對  
 應スル *operation* ハ

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n f^{(n)}(x)$$

ト着ヘルコト = ナルデアロウコト、想像通り = 進ンテ行ク。  
 コノ *operation* ハ *differentiation* ト可換ナ  
*operation* ナス。ソレハ  $g(\lambda, x)$  ガ  $\lambda$  ノミノ函  
 数デアルトイフ意味デ  $\Delta$  ハ微分演算ノ函数ト云フコト = ス

ルト、 $D$ ノ多値函数、特 = *Logarithm* トナドモ考ヘラレナイカ  
ト云フコトニナルガ-----コレヲノコトヲ述ベタノガ *Chapter VII* デアル。  
*chapter VII* = ハ *Heaviside calculus* ガ書カレテイル。

[2] 次 =  $n$ ,  $a_n(x) = a_{n,0} + a_{n,1}x + \dots + a_{n,N}x^N$   
( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) デアッテ  $N$  ハ 定数 = 無関係 + 自然数  
ノトキ。コレハ *Laplace* 型ト云ハレル。Davis ノ  
*Arbeit* テモッテ書カレタノガ *Chap. VIII* デアル。(コ  
ノデ注意シタイノハ, Davis ノ方法 = *Heaviside's function*  
*of infinite grade* モ論ゼラレルコトデアル)

コレハ次ノヤウナ *analogy* テ述ツタト思ヘバ宜シ  
カロウ。

有限階微分方程式	無限階微分方程式
常係数	常係数 (線状移動可能函 数方程式ノ或ル場合ヲ含 ム。)
<i>polynome</i> ヲ係数ト スルモノ	<i>Laplace</i> 型

コウシタ *analogy* ハ更ニ続ケラレル。曰ク

*Chap. IX*: Generalised Euler differen-  
tial eq. of infinite order; 曰ク *Chap. X*:  
differential eq. of infinite order of

*fuchsian type*。

Chap. XI モコソナ調子デセウ。

6. X君. Davis 君ノ内容ノ話シハユレダケニスル。  
ソコデ模倣ノ問題トシタ (A), (B) ナドハドウイフ風ニ論ゼラレ  
ルカ、ソレハコウデス。

$$(A) \int_0^1 f(x+t) dg(t) = g(x) \text{ ナル函数方程式ハ}$$

$$(5) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x)}{n!} \int_0^1 t^n dg(t) = g(x)$$

= *reduce* スルコトニヨツテ  $\square$  ノ場合ニ入ル。

(B) デ特ニ、 $f(x)$  ガスベテ *polynome* ナラバ、同  
様ナ方法デ *Laplace* 型ニ入ルコトニナリマス。

餘リ粗雑デスガ上ノ方程式ガ與ヘラレタスノ範圍ガ問題  
デアル。シカシ、ソレハ  $-\infty < x < \infty$  デアツテモ  $a < x < b$   
(有限區間) デアツテモ、 $f^{(n)}(x)$  ノ大サニ關シテ適當ナ  
條件ガアレバイヘル。

若シ、(A) = (5) デ表ハサレルタメノ條件ガ與ヘラレテ  
ナイヌウナ解  $f(x)$  ヲ問題トスレバ、ドウナルカ。暗カニ、  
*diff. eq. of infinite order* ハ適當出來ナイ。  
タトヘ、(5) ノ左辺ノ級数ハ一樣收斂デナク、何方 *sum-*  
*mability* ヲ用ヒタトシテモ、ソレデモ、ソレハ程度ノ  
差デアル。

ソノ事ハモット簡單ナ例

$$(6) f(x+1) - f(x) = 0 \quad (-\infty < x < \infty)$$

ヲトツテ考ヘルトヨリ分リヌス。コレハ、例ヘバ  $[0, 1]$  デ定義サレタ全ク任意ノ函数  $f, (x)$  ヲアタヘルトキ、

$$(7) \quad f(x) = f_1(x) \quad 0 \leq x < 1 \quad \text{デ}$$

且ツ (6) ヲミタスヌウチ  $f(x)$  ハ常ニ存在スル、( $f_1(x) = \text{periodic prolongation}$  ヲ施セバソレデヨイ。) イハバ、長サノヨリ小ナ (シカシ、 $1 = \text{イクラデモ近クトモ}$  カマワナイ) 區間ヲアタヘルトキ、ソコニ於テ勝手ナ値ヲトル解が存在スル。

コレハ有限階微分方程式トハ、大イニ趣ヲコトニスル。無限階微分方程式ノ現状ヲ以テシテハ、コウシタ事情ハ分ラナイ。函数方程式ヲ解クノが目的トスレバソレハ大キナ不満デアルト云ハナケレバナラナイ。

話シノ序カカラ、脱線ヲ許シ給ヘ。コウシタ自由度ハ何モ *difference eq.* ニカヤツタワケデハナイ。

コウシタ自由度ハ、實ハ

$$(8) \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{C}_r} \left| \frac{e^{g\lambda}}{e^\lambda - 1} \right| |d\lambda| = O(1)$$

ナル關係ガ、 $\varepsilon'_0$  ヲ如何ニアタヘルモ、適當ニエラシム

$\{\mathbb{C}_r\}$  contours の sequence ニ對シテ

$\varepsilon \leq g \leq 1 - \varepsilon$  ナル  $g$  ニ關シテ一様ニ成立スルトイフコ

トカラ follow スル事實デカラデ、(A) ノ左辺ノ operation  $\int_a^b f(x+t) dg(t) = \text{ツイテソノ母函数}$

$\int_a^b e^{\lambda t} dg(t)$  ヲバ、上式  $e^\lambda - 1$  ノ場所ニオクトキ、云ヘ

ルナラバ、同様に性質ヲセツ。

ソレヲ模ハ  $O$ -association ト指稱デ書イタケ  
レド、長サノ自由幅ヲキツト云ツタ方が適切デアツタカ  
モ知レナイ。

7. X君、コウナツテミルト。 *diff. eq. of in-*  
*finite order* ヲ有難ガル訳ニハ行カナイネ。 R. D.  
Carmichael 學長殿ハ "relatively unexplored  
domain, the importance of which will  
certainly be more fully recognised  
as the subject is further developed  
in the next two or three decades"  
ト仰言ツテキルガ、(R. D. Carmichael *Linear*  
*differential eq. of infinite order*,  
*Bull. Am. Math. Soc.* 4.2 (1936)).

ソレハ、(A), (B) ヲ含ム線型函数方程式論ノ重要サ  
ヲ意味スルモノデナケレバナルマイ。コレカラ、発展シテ行  
ツタトキ、*diff. eq. of infinite order* ハド  
ンナ位置ヲ占メルカ、ソレハ見物デアロウ。問題ハ、吾々ノ  
場合ニハ、*given* サレタキル。ソレヲ攻撃スル方法ガ  
問題ガ。駄目ナ方法ハサテリト西ノ海ヘ捨テテ出直スコト  
ガ。

Davis ノ本ヲ読ンデ *diff. eq. of infinite*  
*order* ノ前途洋々アリト思フ人ハナイデセウ。トニカク出  
直スコトデアル。Davis ノ本ニハイロイロナ例題ガ澤山ア

ッテ何か新シイ思付がアツタ様ナトキニハ、ソレデハソノ方法デコノ例題ニ當ッテミルトドウナルカトイッタエ合ニ、云ハバ練習帖トシテ使ヘソウダ。

Davis ノ本ニ Valiron ノ方法 (ソノ重要性ハ大ガアル。R. D. Carmichael 参照) ガナイ。又 Difference eq. ガノセテナイ。コレハヨク開拓サレタ branch トシテ omit シタノデアロウカ。シカシ、Nörlund ノ *Hauptlösung* ノ考ヘハ (A) ナル函数方程式ニモ拡張サレル。ソウシタ特有ノ味ヲ盛ラナクテハ、面白味モナイコトニナルデハナイカ。單ナル *übertragung* ハ數學者ノ演習問題ニ過ヤナイ。

×君、最後ニ君ノ御健康ヲ祈ル。新年早々乱雜ナ *Jayori* ハ至極迷惑カモ知レナカッタケレド永々ノ御約束デシタカラ。君ハコレヲ読ンデ多大ノ疑問ト混雜トヲ感ゼラレルコトデアロウ。コウシタ疑問ヲ健実ニ育テ上げ、混迷ヲ切り拓イテ行クコトハ、コレカラノ問題デ、ソノ解決ハ、吾々ノ望ンデ止マストコロデアル。 *generatrix* ノトリ扱ヒ、ソレニツイテハ、又近イウチニ愚見ヲ御知ラセ申上げマス。